**• Бесконечность**

• - понятие, возникающее в различных разделах математики в основном как противопоставление понятию конечного. Понятие Б. используется в аналитич. и геометрич. теориях для обозначения "несобственных" или "бесконечно удаленных" элементов, в теории множеств и математич. логике при изучении "бесконечных множеств" и в др. разделах математики. 1) Представление о бесконечно малых и бесконечно больших переменных величинах является одним из основных в математич. анализе. Предшествовавшая современному подходу к понятию бесконечно малой концепция, по к-рой конечные величины составлялись из бесконечно большого числа бесконечно малых "неделимых" (см. "Неделимых" метод), трактовавшихся не как переменные, а как постоянные и меньшие любой конечной величины, может служить одним из примеров незаконного отрыва бесконечного от конечного: реальный смысл имеет только разложение конечных величин на неограниченно возрастающее число неограниченно убывающих слагаемых. 2) Совсем в другой логич. обстановке Б. появляется в математике в виде "несобственных" бесконечно удаленных геометрич. образов (см. Бесконечно удаленные элементы). Здесь, напр., бесконечно удаленная точка на прямой рассматривается как -особый постоянный объект, "присоединенный" к обычным конечным точкам. Однако неразрывная связь бесконечного с конечным обнаруживается и здесь, хотя бы при проектировании из центра, лежащего вне прямой, при к-ром бесконечно удаленной точке оказывается соответствующей прямая, проходящая через центр проектирования и параллельная основной прямой а. Аналогичный характер имеет пополнение системы действительных чисел двумя "несобственными" числами, соответствующее многим запросам анализа и теории функций действительного переменного. Можно подойти с такой же точки зрения и к пополнению ряда натуральных чисел трансфинитными числами В связи с различием между переменными бесконечно малыми и бесконечно большими величинами, с одной стороны, и "несобственными" бесконечно большими числами, рассматриваемыми как постоянные, - с другой, возникли термины "потенциальная" Б. (для первых) и "актуальная" Б. (для вторых). В этом первоначальном понимании (о другом, современном понимании, см. ниже) спор между сторонниками потенциальной и актуальной Б. можно считать законченным. Бесконечно малые и бесконечно большие, лежащие в основе определения производной (как отношения бесконечно малых) и интеграла (как суммы бесконечно большого числа бесконечно малых) и примыкающих сюда концепций математич. анализа, должны восприниматься как "потенциальные". Наряду с этим в надлежащей логич. обстановке в математику вполне закономерно входят и "актуальные" бесконечно большие "несобственные" числа (и даже во многих различных аспектах: как количественные и порядковые трансфинитные числа в теории множеств, как несобственные элементы системы действительных чисел и т. д.). В математике приходится иметь дело с двумя способами присоединения к числовой системе бесконечных "несобственных" элементов. а) С проективной точки зрения на прямой находится одна "бесконечно удаленная точка". В обычной метрич. системе координат этой точке естественно приписать абсциссу . Такое же присоединение к числовой системе одной Б. без знака употребляется в теории функций комплексного переменного. В элементарном анализе при изучении рациональных функций , где - многочлены, в тех точках, где имеет нуль более высокого порядка, чем , естественно положить . Для несобственного элемента устанавливаются такие правила действий: Неравенства с участием не рассматриваются: бессмысленно спрашивать, больше или меньше , чем конечное а. б) При изучении действительных функций действительного переменного систему действительных чисел дополняют двумя несобственными элементами и . Тогда можно положить, что для любого конечного а, и сохранить основные свойства неравенств в расширенной числовой системе. Для и устанавливаются такие правила действий:

3) Основной интерес, но и основные трудности математич. учения о Б. сосредоточиваются на вопросе о природе бесконечных множеств математич. объектов. Следует, в частности, иметь в виду, что достигнутая ныне полная отвлеченность и законченность теории бесконечно больших и бесконечно малых переменных величин заключается лишь в сведении всех трудностей этой теории к вопросу обоснования учения о числе, в к-рое существенно входит представление о Б. системы чисел. Утверждение о том, что убесконечно мало, имеет смысл только при указании характера изменения ув зависимости от к.-л. другого переменного х напр., говорят, что убесконечно мало при , если при любом существует такое , что из вытекает . В самое это определение уже входит предположение, что функция определена для бесконечного множества значений х(напр., для всех действительных х, достаточно близких к а). В теории множеств терминам "актуальная" и "потенциальная" Б. придают обычно глубокий смысл, не имеющий ничего общего с наименованием каждой бесконечной мощности "актуально бесконечным числом". Дело в том, что бесконечные системы математич. объектов (напр., натуральных или действительных чисел) никогда не задаются простым перечислением, как это возможно для конечных систем объектов. Было бы очевидным абсурдом предполагать, что кто-либо "образовал" множество натуральных чисел, перечислив их фактически "все" одно за другим. На самом деле множество натуральных чисел изучают, исходя из процесса образования его элементов переходом от n к п+1. В случае континуума действительных чисел уже рассмотрение одного его элемента - действительного числа - приводит к изучению процесса образования его последовательных приближенных значений, а рассмотрение всего множества действительных чисел приводит к изучению общих свойств такого рода процессов образования его элементов. В этом именно смысле сама Б. натурального ряда, или системы всех действительных чисел (континуума), может характеризоваться как Б. лишь "по-тенциаль'ная". Точке зрения потенциальной Б. противополагается взгляд на бесконечные множества как "актуально" заданные, независимо от процесса их образования. Выяснение вопроса о том, в какой мере и при каких условиях при изучении бесконечных множеств законно такое абстрагирование от процесса их образования, еще нельзя считать законченным. См. также Абстракция актуальной бесконечности, Абстракция потенциальной осуществимости. А.

Январь — идеальная точка отсчета от «нуля» года до 365-го дня. В первый месяц вместилось немало интересного: магия геометрии, финансовая грамотность и, конечно, подготовка к ЕГЭ и ОГЭ.

Возьмите на заметку заботливо собранные для вас материалы!